



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO



Guía de Ejercicios

Teoría de Juegos

Soledad Cabrera Calabacero

2012



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO



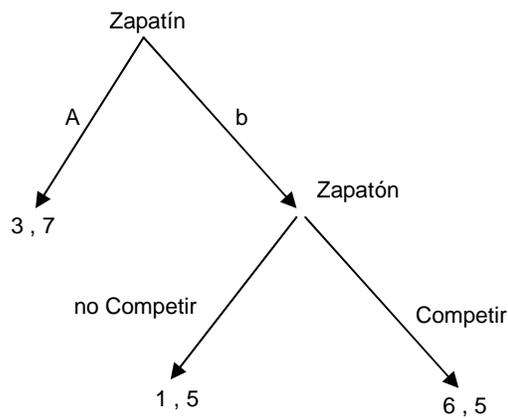
La autora es Licenciada en Ciencias en Administración de Empresas e Ingeniero Comercial de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, profesor jornada completa de la misma Universidad.

GUÍA DE EJERCICIOS

Teoría de juegos

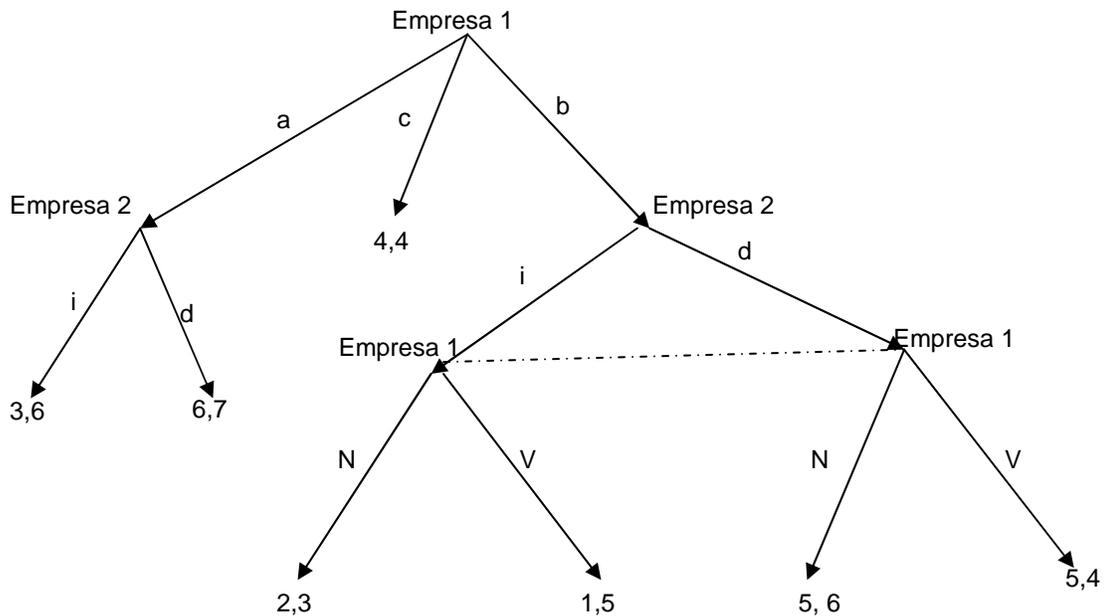
Soledad Cabrera Calabacero

1) La siguiente representación extensiva, muestra los beneficios obtenidos por dos empresas que compiten en la industria del calzado



Con estos datos encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash perfecto en Subjuegos

2) Se tiene dos empresas que deben tomar una decisión acerca de distintas estrategias a realizar. Estas decisiones se plantean en el diagrama:

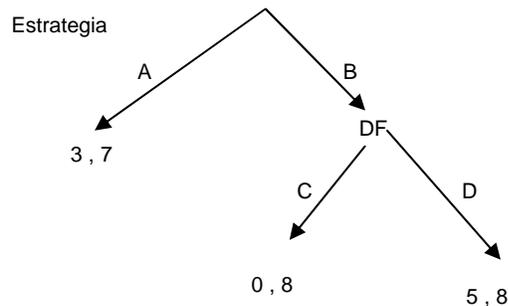


- Explique qué tipo de información posee el juego.
 - Obtenga el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos. Debe reflejar claramente los pasos utilizados y dejar expresado cómo obtuvo cada valor
- 3) Se cuenta con la siguiente información de dos empresas que actúan en forma simultánea, y tienen 3 posibles estrategias a desarrollar:

		Empresa 2		
		<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
Empresa 1	<i>A</i>	3 5	2 8	5 4
	<i>B</i>	1 10	3 5	7 8
	<i>C</i>	0 7	1 8	2 5

Se pide:

- Obtener el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras. Explique sus resultados
 - Encontrar la solución del juego mediante eliminación iterativa estricta. Deje claramente expresado sus resultados y cada uno de sus pasos
 - Encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias mixtas. Grafique y explique
- 4) Se cuenta con siguiente información de dos empresas que actúan en forma secuencial



Se pide:

- Identificar cuantos nodos y set de información tiene el juego. Mostrar en la gráfica
 - Se pide encontrar el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos
- 5) En un contexto de información completa se tiene a las empresas A y B que compiten en un determinado mercado. La empresa A considera 2 posibles estrategias para competir contra B, bajando los precios, o subiendo los precios. Por el contrario la empresa B considera 3 alternativas, Bajar, subir o mantener los precios. Si ambas empresas deciden bajar los precios cada una obtiene un beneficio de 2, en cambio si ambas deciden aumentar los precios sus beneficios corresponden a 4 cada una. Si por el contrario ambas empresas adoptan una estrategia diferente para modificar sus precios obtiene un beneficio de 1 la empresa que sube el precio y de 7 en caso contrario. Si la empresa B decide mantener sus precios la empresa A siempre obtendrá un beneficio de 3, en cambio la empresa B podría obtener 6 si A sube los precios y 4 en caso contrario. Ambas empresas toman sus decisiones en forma simultánea

Con esta información se pide:

- Represente el juego en forma estratégica y extensiva
- Encuentre el conjunto de solución a través de la utilización de estrategias estrictamente dominadas. Existe alguna diferencia en la solución al aplicar el concepto de solución a través de estrategias débilmente dominadas.
- ¿Existe(n) equilibrio(s) de Nash en este juego?. ¿En caso de existir es(son) Pareto?



- 6) Dos empresas de bebidas gaseosas, deciden en forma simultánea que estrategia adoptar: si bajar o mantener los precios. Los pagos de cada una de estas estrategias se representan en la siguiente matriz de pagos:

		Empresa 2			
		Bajar precios		mantener precios	
Empresa 1	Bajar precios	7	7	9	5
	mantener precios	5	9	6	6

Se pide

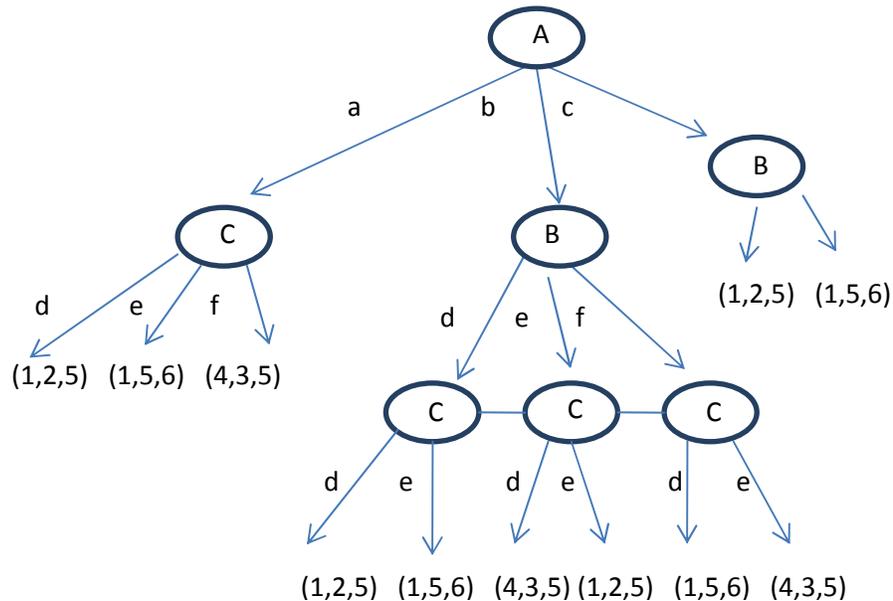
- a) (5 pts) Encontrar si es que existe(n) el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras. En caso de existir, ¿es un óptimo de Pareto?, explique claramente
- b) (15 pts) Encontrar si es que existe(n) el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias mixtas. Graficar y explicar claramente sus conclusiones
- 7) Seis amigos deciden reunirse unos días para estudiar para el examen de Microeconomía, el cual involucra tres tópicos: Sistemas de mercado, Teoría de juegos e incertidumbre. Sin embargo, les es difícil decidir cuál de éstos estudiar, dado que el tiempo con el que cuentan no les alcanza para abarcar todas las materias. Cada uno de estos amigos ya ha realizado un estudio previo de cada materia, pero de acuerdo a sus habilidades, preferirían profundizar en distintos tópicos, reforzando aquellos que le cuestan un poco más. El orden de preferencia de ellos se presenta a continuación, considerando el mayor valor como la opción de mayor preferencia:

	Sistemas de Mercado	T. de juegos	Incertidumbre
Amigos 1 y 3	3	2	1
Amigo 4	1	3	2
Amigos 2, 5 y 6	1	2	3

Considerando que en caso de empate decide el líder del grupo, que es el amigo N°4, se pide:

- a) Representar el juego en forma estratégica
- b) Encontrar la solución del juego mediante el uso de eliminación iterativa estricta. Debe dejar claramente establecido el procedimiento utilizado
- c) Encontrar el(los) equilibrio(s) de Nash del juego. Su procedimiento debe quedar claramente establecido en las tablas utilizadas

8) Considere 3 empresas que interactúan a través del siguiente juego:



Se pide:

- Explicar qué tipo de información posee este juego y cómo se denomina el mecanismo para desarrollarlo
- ¿Cuántos subjuegos propios existen?, explique brevemente
- Encontrar el(los) ENPS. Deje claramente establecido los pasos realizados

9) En un determinado duopolio las empresas participantes deciden en forma simultánea el tipo de producto a entregar, contando con las variedades A o B. Ambas empresas saben que la variedad B es más rentable, siempre y cuando la desarrolle una sola empresa. Si las empresas se encuentran en esta situación la que produzca B obtendrá un beneficio de 16, en cambio la otra empresa sólo obtendrá la mitad. Por otro lado si ambas empresas coinciden en la elección de la variedad, estas obtendrán 4 de beneficios con la variedad B y 2 con la variedad A. Con esta información se pide:

- Expresar el juego en forma extensiva
- Expresar el juego en forma estratégica
- ¿qué solución le entrega la eliminación iterativa débil? Explique
- Encuentre, explique y grafique si existe equilibrio(s) de Nash en estrategias puras y mixtas. Si no existe explique a qué se debe esta situación.



e. ¿a qué tipo de sistema de duopolio podría corresponder el anterior? Explique claramente

10) Considérese el siguiente modelo en 2 etapas. En una primera etapa un fabricante produce un bien intermedio, a un coste unitario constante c , que vende al único detallista de la zona a un precio P_w , y en una segunda etapa el detallista revende el bien, (sin costos adicionales para él, salvo el precio pagado al fabricante), a los consumidores al precio P .

Suponiendo que la demanda de los consumidores viene representada por $Q = 8 - 3P$ y que cada una de las empresas tiene como variable de decisión su precio de venta, determine mediante inducción hacia atrás el resultado perfecto en subjugos en función del costo unitario del fabricante, así como la cantidad de equilibrio y los beneficios de cada empresa

11) Se cuenta con dos empresas las cuales poseen distintas estrategias para competir, en forma violenta o agresiva (Halcón) o pacífico (Paloma). Ambas saben que si se comportan en forma agresiva al competir esto les traerá costos adicionales. Si ambos actúan en forma pacífica se podrían repartir el mercado, y en caso de actuar uno pacíficamente y el otro en forma agresiva, este último se queda con el mercado.

		J2	
		Paloma	Halcón
J1	Paloma	1, 1	0, 2
	Halcón	2, 0	-3,-3

- Explique claramente qué tipo de información posee este juego.
- Plantee el juego a través de la forma extensiva
- ¿Existe en este juego alguna estrategia estrictamente dominada?, explique
- Encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras. En caso de ser más de uno, ¿con cuál se quedaría?, explique el criterio. ¿Es(son) Pareto?, explique. En caso de no existir algún equilibrio Nash, explique por qué se da esta situación.
- Encuentre el o los equilibrio(s) de Nash en estrategias mixtas. Explique y grafique. Deje claramente establecido cuál es el equilibrio. Si tiene equilibrio(s) en el punto b) señálelos en el gráfico

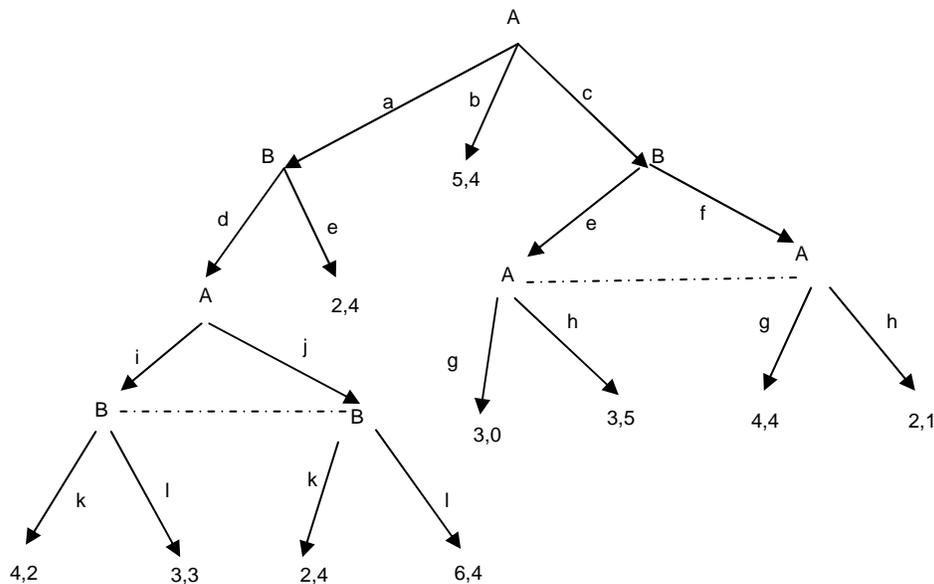
12) Se cuenta con la información de dos empresas A y B. La empresa A es la primera en tomar la decisión entre sus estrategias F, G, o H. Si la empresa elige F obtiene un beneficio de 2, independiente de lo realizado por la empresa B, la cual en este caso obtendría 9. Si por el

contrario la empresa elige G, ambas empresas pasan a una nueva etapa de decisión simultánea, en la cual deben elegir entre las estrategias C y D. Si ambas empresas eligen C obtendrían un beneficios de 3 y 1 para la empresa A y B respectivamente. Si ambas eligen D la empresa A no obtiene beneficios y la empresa B obtiene 3. En caso que la empresa B elija C y la empresa A elija D obtienen 7 y 4 respectivamente. Si la empresa B elige D y la empresa A elige C, logran 5 y 2, respectivamente.

Por último si la empresa A elige H, la empresa B, conociendo la elección de A elige entre C y D. Si opta por C ambas empresas obtienen 5, pero en caso de la empresa B elija D obtiene 8 y 3 la empresa A

- Indique y explique el tipo de información entregada en el texto
- Desarrolle en forma extensiva
- Calcule el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos. Mencione y explique claramente el método utilizado.

13) Se cuenta con dos empresas A y B las cuales participan en una serie de toma de decisiones reflejadas en la siguiente forma extensiva:





Se pide:

- a. Identificar y explicar el tipo de información que posee el juego
 - b. identificar los subjuegos, explicar
 - c. Encontrar el(los) equilibrio(s) de Nash perfecto en subjuegos
 - d. ¿Qué valores o rangos deberían tomar los pagos de las combinaciones de estrategias (a,d,j,l) y (c,f,g) para que exista un único ENPS.?
- 14) Los beneficios que actualmente está obteniendo una empresa actuando de forma competitiva ascienden a 50 unidades monetarias. No obstante, podría duplicar sus beneficios si aplicase cierta práctica restrictiva de la competencia. El riesgo al cual se somete la empresa es la posibilidad de inspección por parte del comité antimonopolio. Si la empresa ha llevado a cabo la práctica prohibida y es inspeccionada, ha de pagar una multa de 150 unidades monetarias. Si conocemos que la inspección supone un costo para el comité antimonopolio de 100 unidades monetarias, se pide:
- a) Representar el juego en forma estratégica
 - b) Si tanto la empresa como el comité han de tomar sus respectivas decisiones al mismo tiempo, ¿Cuál sería la estrategia a seguir por cada uno?, ¿Cuál sería el equilibrio de Nash?, explique claramente. En caso de no existir equilibrio de Nash en estrategias puras, ¿Existe en estrategias mixtas?, explique y desarrolle.
 - c) ¿Cuál sería el equilibrio si se tratase de un juego sucesivo?. Analice todos los casos. ¿Cómo se denomina dicho equilibrio?.
- 15) El consejo de administración de una empresa está formado por un comité de 9 miembros agrupados según sus intereses comunes en tres grupos o coaliciones de votantes G1, G2 y G3 con 4, 3 y 2 miembros cada uno. El consejo debe decidir para la empresa uno de los posibles 4 planes de viabilidad disponibles (A,B,C,D) para lo cual debe usar el método de pluralidad, que exige a cada votante indicar en su voto una única alternativa, seleccionándose aquella que más votos reciba y siguiéndose una regla de desempate lexicográfica (teniendo prioridad A, luego B, C y finalmente D). Las preferencias de los miembros están determinadas por el grupo al que pertenezcan y son de conocimiento común:

Votantes de G1 A>B>C>D

Votantes de G2 B>C>A>D

Votantes de G3 C>D>A>B

Cada coalición de votantes recibe una utilidad de 3 si es elegido su plan favorito, 2 si es elegido el que se encuentra en segundo lugar de sus preferencias, 1 si sale el tercero y 0 si es elegido el menos preferido. Con esta información se pide representar el juego en forma estratégica

- 16) Se tiene dos empresas que deben tomar una decisión en forma simultánea, acerca de las estrategias a realizar para maximizar beneficios. Esta información se entrega en la siguiente matriz de pagos:

		Empresa 2			
		D	E	F	G
Empresa 1	A	5 8	2 3	5 4	2 5
	B	4 6	2 0	0 3	8 3
	C	3 1	8 6	5 9	2 2

Se pide:

- (8 pts) Encontrar la solución del juego mediante la eliminación iterativa estricta
 - (10 pts) Encontrar la solución del juego mediante la eliminación iterativa débil
 - (14 pts) Buscar el(los) equilibrios de Nash en estrategias puras. ¿Es(son) pareto?. Si hay más de uno explique con cual se quedaría, si es necesario acompañe su decisión con cálculos
- 17) La siguiente matriz entrega las utilidades que logran los jugadores en caso de adoptar cada una de las estrategias indicadas

		Jugador 2				
		D	E	F	G	H
jugador 1	A	5 5	5 0	7 0	3 1	0 3
	B	2 7	2 8	8 7	1 5	4 5
	C	1 0	1 3	6 9	0 3	1 10
	D	2 2	1 3	1 3	4 2	13 4



Se pide:

- a. (5 pts) Encontrar la solución del juego a través del uso de estrategias dominantes
- b. (8 pts) Encontrar la solución del juego a través de la eliminación iterativa estricta
- c. (12 pts) Encontrar la solución del juego a través de la eliminación iterativa débil
- d. (12 pts) Obtener si existe el(los) equilibrio(s) de Nash. En caso de ser más de uno indique con cual se quedaría, aludiendo al criterio utilizado

En cada uno de los casos debe dejar claramente especificado los pasos a seguir y cual es la estrategia dominada, dominante y por cual estrategia

18) Se cuenta con dos empresas las cuales producen bienes X y deciden en forma simultánea la variedad del producto. Existen 3 posibles variedades (A,B,C) y ambas empresas tienen la posibilidad de generar alguno de estos tres modelos. Si ambas empresas deciden elaborar el mismo modelo la empresa 1 recibe un beneficio de 5 mientras que la empresa 2 recibe un beneficio de 2, excepto para la variedad C, donde esta última empresa obtendría 7. Si las variedades elegidas por ambas empresas no coinciden, la empresa 2 gana 4 eligiendo B o C. Si la empresa 2 elige C, la empresa 1 gana 2 y 5 si elige A y B respectivamente. Por el contrario si la empresa 2 elige B, la empresa 1 gana 3 y 6 si elige A y C respectivamente. Si la empresa 1 elige la variedad B y la empresa 2 la variedad A, cada empresa gana 8 y 3 respectivamente. Por último los pagos son 5 y 6 para la variedad C en la empresa 1 y variedad A empresa 2. Con esta información se pide:

- a) Plantee el juego en forma extensiva
- b) Plantee el juego en forma estratégica
- c) Obtenga el resultado del juego utilizando el criterio de estrategias dominantes (explique si lo utilizado corresponde al criterio estricta o débil)
- d) Obtenga el resultado del juego utilizando Nash. Nota: si existe más de un equilibrio debe indicar con cual se quedaría y explicar si este es Pareto. En caso de no existir equilibrio que cambio le haría a la matriz para lograr un equilibrio de Nash, explicando si es Pareto

19) En un contexto de información completa se tiene a las empresas A y B que compiten en un determinado mercado. La empresa A considera 2 posibles estrategias para competir contra B, bajando los precios, o subiendo los precios. Por el contrario la empresa B considera 3 alternativas, Bajar, subir o mantener los precios. Si ambas empresas deciden bajar los precios cada una obtiene un beneficio de 2, en cambio si ambas deciden aumentar los precios sus beneficios corresponden a 4 cada una. Si por el contrario ambas empresas adoptan una estrategia diferente para modificar sus precios obtiene un beneficio de 1 la empresa que sube el precio y de 7 en caso contrario. Si la empresa B



decide mantener sus precios la empresa A siempre obtendrá un beneficio de 3, en cambio la empresa B podría obtener 6 si A sube los precios y 4 en caso contrario. Ambas empresas toman sus decisiones en forma simultánea

Con esta información se pide:

- Represente el juego en forma estratégica y extensiva
- Encuentre el conjunto de solución a través de la utilización de estrategias estrictamente dominadas. Existe alguna diferencia en la solución al aplicar el concepto de solución a través de estrategias débilmente dominadas.
- ¿Existe(n) equilibrio(s) de Nash en este juego?. ¿En caso de existir es(son) Pareto?

20) Se cuenta con la siguiente representación estratégica de un juego simultáneo:

		Alejandro	
		A	B
Eduardo	A	4 3	3 2
	B	2 3	2 5
	C	3 2	1 5

Con la información se pide:

- Identifique las estrategias dominantes y dominadas para cada jugador.
- Encuentre la solución del juego aplicando estrategias dominantes
- Encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash
- Represente el juego en forma extensiva
- Identifique los nodos de decisión del juego, cuantos posee cada jugador y el número de set de información



21) Considere el juego representado en la siguiente matriz de pagos

		Jugador 2	
		L	R
Jugador 1	U	1 -1	3 0
	D	4 2	0 -1

Sea x la probabilidad de que el jugador 1 escoja U y sea y la probabilidad de que el jugador 2 elija L. Derive la mejor respuesta de cada jugador graficando las ganancias de las dos estrategias puras del jugador i como función de la estrategia mixta de su oponente. Grafique las dos funciones de reacción en el espacio (x,y) . ¿cuál es el equilibrio de Nash?

22) Se cuenta con las siguientes funciones de dos empresas que actúan como seguidoras en un determinado mercado. Considere además que ambas empresas cobran el mismo precio.

$$P = 400 - 2Q$$

$$CT_i = 40 q_i$$

Se pide:

- Graficar en forma estratégica el juego planteado para maximizar beneficios, considerando que ambas empresas poseen las estrategias: Estar en la función de reacción y No estar en la función de reacción. Para los pagos considere los beneficios entregados por cada alternativa (ayuda: considere que la estrategia no estar en la función de reacción consiste en que la empresa produce 45 unidades.)
- Encuentre la solución del juego a través de la eliminación iterativa estricta
- Encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras



- 23) En el sector construcción se encuentran dos empresas G y BB, las cuales deciden en forma simultánea si realizar construcciones comerciales o residenciales. Los beneficios a obtener en esta elección se visualizan en la siguiente matriz de pago:

Empresa G

		Empresa G	
		R	C
Empresa BB	C	5 2	1 4
	R	3 4	3 3

Se pide:

- Obtener el equilibrio de Nash en estrategias puras
- Obtener el equilibrio de Nash en estrategias mixtas, considerando que la probabilidad de realizar construcciones residenciales para G es q y la probabilidad de realizar construcciones comerciales para BB es p . Grafique